• FOLHA Nº 08 – GABARITO COMENTADO •

1) Podemos agrupar os números de 4 em 4 cujo produto de seus membros termina em 4:

$\underbrace{1.2.3.4}_{\text{termina em 4}} \cdot \underbrace{6.7.8.9}_{\text{termina em 4}} \cdot \underbrace{11.12.13.14}_{\text{termina em 4}} \cdot \ldots$

Como temos uma quantidade par de grupos, o algarismo das unidades e do produto é 6.

OPÇÃO C

2) Sejam C, E e B os números das respostas corretas, erradas e em branco, respectivamente. Pelo enunciado, $4C - E = 52$ e $C + E + B = 24$

Somando as duas equações obtemos $5C + B = 76$. Daí, $C \leq 15$. Para $C = 15$, temos $B = 1$ e $E = 8$.

OPÇÃO B

3) Sendo a vazão de água constante, o caminhão carregou, em média, o correspondente a $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{3}{4}$ de água. O consumo carregando essa quantidade de água corresponde a $\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{3}$ de tanque de gasolina. Assim, para carregar o caminhão cheio de água é necessário $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{11}{18}$ de tanque de gasolina.

OPÇÃO A

4) Os três em conjunto pintam 2 + 3 + 5 = 10 metros em 10 minutos. Daí, eles vão precisar de 18 . 10 = 180 minutos para pintar os 180 metros correspondentes aos três muros.

OPÇÃO A

5) 0,5 litros = 0,5 dm^3 = 500 cm^3

Como 13g equivalem a 1 cm^3, 500 cm^3 equivalem a 500 . 13g = 6500g = 6,5 kg.

OPÇÃO D

6) As medidas, em dm, da caixa são 10 dm x 6 dm x 4 dm, logo o seu volume é dado por:

V = 10 . 4 . 6 = 240 l

300ml = 0,3 l

Ele vende $\dfrac{3}{4}.240 = 180\,\ell$

Como cada copo custa R$ 4,00, o total arrecadado é $4.180 \cdot \dfrac{10}{3} = 2400$

LETRA E

7) Se a e b são as raízes da equação, pelo teorema de Pitágoras temos que $a^2 + b^2 = 25$.

Utilizando soma e produto, temos que: a + b = m e ab = m + 5 . Assim,

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow m^2 = 25 + 2m + 10 \rightarrow m^2 - 2m - 35 = 0$.

m = 7 ou m = – 5. Como a e b são lados do triângulo, só nos serve m = 7.

OPÇÃO C

8) Se $x^2 = 2x + 4 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 1$

$(x+1)(x-3) = 1 \rightarrow \dfrac{1}{x+1} = x - 3$

$(x+1)^{-1} = x - 3$

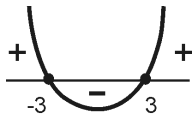
OPÇÃO B

9) para x = 4: $p(4) = (4)^2 - 6.(4) + m^2 - 1$

$p(4) = m^2 - 9$

para um número alfa estar entre as raízes de uma equação do segundo grau, devemos ter $a \,.\, p(\alpha) < 0$

Assim $a \,.\, p(4) < 0$, como $a = 1$, $m^2 - 9 < 0$



Assim o Produto $= (-2).(-1).(1).(2) = 4$

OPÇÃO D

10) Veja que $\alpha + \beta = 1$ e

$\alpha^3 = \alpha \cdot \alpha^2 = \alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha = 2\alpha + 1,$

$\alpha^4 = \alpha \cdot \alpha^3 = \alpha(2\alpha + 1) = 2\alpha^2 + \alpha = 3\alpha + 2,$

$\alpha^5 = \alpha \cdot \alpha^4 = \alpha(3\alpha + 2) = 3\alpha^2 + 2\alpha = 5\alpha + 3.$

Analogamente,

$\beta^7 = \beta^4 \cdot \beta^3 = (5\beta + 3)(\beta + 1) = 5\beta^2 + 8\beta + 3 = 13\beta + 8.$

Portanto, $13\alpha^5 + 5\beta^7 = 13(5\alpha + 3) + 5(13\beta + 8) = 65(\alpha + \beta) + 79 = 65 + 79 = 144.$

OPÇÃO A

11) Fazendo o mmc temos:

$7x^2 - 3 = kx \rightarrow 7x^2 - kx - 3 = 0$

$\Delta = k^2 + 84$ que é sempre positivo. Logo tem raízes reais para qualquer valor de k.

OPÇÃO C

12) $S = n^{15} + n^{15} + \dots\dots\dots + n^{15}$, como são n parcelas, $S = n^{16}$

$\sqrt[4]{n^{16}} = 13n^2 - 36$

$n^4 - 13n^2 - 36 = 0$

$(n^2 - 9) \,.\, (n^2 - 4) = 0$

$n^2 = 9 \rightarrow n = \pm 3$

$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$

OPÇÃO B

13) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \rightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab \rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$

$\dfrac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac} \rightarrow (a+c)^2 \geq 4ac \rightarrow a^2 + 2ac + c^2 \geq 4ac \rightarrow a^2 + c^2 \geq 2ac$

$\dfrac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} \rightarrow (b+c)^2 \geq 4bc \rightarrow b^2 + 2bc + c^2 \geq 4bc \rightarrow b^2 + c^2 \geq 2bc$

Somando as últimas desigualdades e sabendo que $(a + b + c)^2 - a^2 - b^2 - c^2 = 2(ab + ac + bc)$, temos:

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2(ab + ac + bc)$

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq (a + b + c)^2 - a^2 - b^2 - c^2$

$3a^2 + 3b^2 + 3c^2 \geq (a + b + c)^2$

Como $a + b + c = 1$,

$3(a^2 + b^2 + 2c^2) \geq 1$

$(a^2 + b^2 + 2c^2) \geq \dfrac{1}{3}$

OPÇÃO C

14) Sejam p e q as raízes da segunda equação. Usando as relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação do segundo grau:

$p + q = b$, $pq = a$, $p^2 + q^2 = a$ e $p^2q^2 = b$

$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$

$b^2 = a + 2a$ e $a^2 = p^2q^2 = b$

$a^4 = 3a \to a^3 = 3 \to a = \sqrt[3]{3}$

OPÇÃO E

15) Fazendo o mmc, temos:

$(x + 2)(x + 3) + 2(x + 1)(x + 3) + 3(x + 1)(x + 2) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$

$x^2 + 5x + 6 + 2x^2 + 8x + 6 + 3x^2 + 9x + 6 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$x^3 - 11x - 12 = 0$

A soma das raízes é zero.

OPÇÃO A

16) Seja $x = \sqrt{10+\sqrt{10+\sqrt{10+...}}}$, logo a expressão pode ser escrita como $x = \sqrt{10+x}$, elevando ao quadrado os dois membros da equação, obtemos:

$x^2 = 10 + x \to x^2 - x - 10 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-10)}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$a + b + c = 1 + 41 + 2 = 44$

OPÇÃO E

17) $a^3 + 1 = (a + 1).(a^2 - a + 1)$

$a^5 - a^4 - a^3 + a^2 = a^2 (a - 1)^2 (a + 1)$

Como a é uma raiz da equação, temos que $a^2 - a - 3 = 0$

$a^2 - a = 3$

$$\frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2(a-1)^2(a+1)} \to \frac{(a^2 - a + 1)}{a^2(a-1)^2} \to \frac{3+1}{(a^2 - a)^2} = \frac{4}{9}$$

OPÇÃO D

18) $k^2x - kx = k^2 - 2k - 8 + 12k$

$(k^2 - k - 12)x = k^2 - 2k - 8$

$$x = \frac{k^2 - 2k - 8}{k2 - k\ 12}$$

$k^2 - k - 12 = 0$

$(k - 4)(k + 3) = 0$

$k = 4$ ou $k = -3$

OPÇÃO D

19) $x^2 + (2 - a)x - a - 3 = 0$

$x1 + x2 = a - 2$

$x1*x2 = -a - 3$

$(x1 + x2)^2 = (a - 2)^2 \to x1^2 + x2^2 + 2*(x1 + x2) = a^2 - 4a + 4$

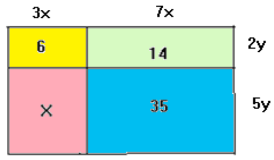
$x1^2 + x2^2 = a^2 - 4a + 4 - 2*(-a - 3)$

$x1^2 + x2^2 = a^2 - 4a + 2(a + 3) = a^2 - 2a + 10$

$$Xv = -\frac{b}{2a} \to Xv = \frac{2}{2} = 1$$

OPÇÃO A

20) Observe que 3x. 2y = 6 daí; xy = 1.

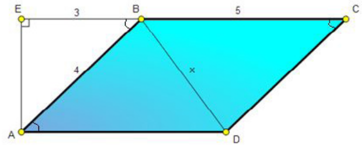


A área do retângulo de X = 3x . 5y = 15xy.

Como xy = 1; então X = 15

OPÇÃO B

21) Na figura, temos: cos BAD = cos EBA = 3/4

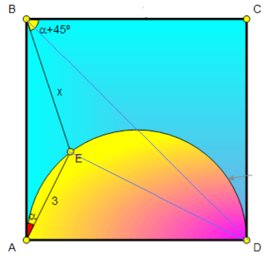


Aplicando Lei dos Cossenos,

$x^2 = 4^2 + 5^2 - 2\ (4)\ (5)\cos BAD = 16 + 25 - 2.\ 4.\ 5.\ 3/4$

$x^2 = 41 - 30 = 11$; daí, BD = $\sqrt{11}$

22) Como o triângulo ABE é semelhante ao triângulo BDE temos:



$\frac{x}{3} = \frac{k\sqrt{2}}{k}$;ou seja: $x = 3\sqrt{2}$

OPÇÃO B

23) Como M é ponto médio de SR, $A\widehat{M}S = 90°$ e $\overline{AR} = \overline{AD}$ segue-se que ARDS é losango.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ADC, encontramos $\overline{AC} = b\sqrt{5}$. Logo, $\overline{AR} = \overline{DS} = \frac{b\sqrt{5}}{2}$.

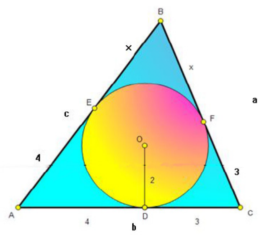
Portanto, como o produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura, do triângulo MSD, vem

$$\overline{DS}\cdot\overline{MP} = \overline{MS}\cdot\overline{DM} \Leftrightarrow \frac{b\sqrt{5}}{2}\cdot\overline{MP} = \frac{b}{2}\cdot b$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP} = \frac{b\sqrt{5}}{5}.$$

OPÇÃO A

24) Considere BC = a, AC = b, AB = c, Área do ΔABS = S.



temos a = x + 3, b -= 7, c = x + 4, S = 1/2 (a + b + c) = x + 7

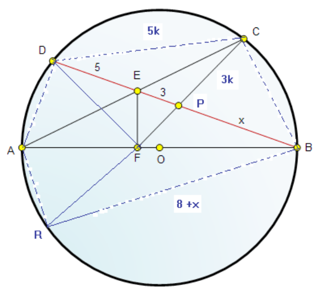
S = $\sqrt{[12x(x+7)]}$ = 2(x + 7)

12 x (x + 7) = 4 (x +7)^2

x = 7/2

OPÇÃO C

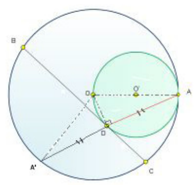
25) Observe que os triângulos CDP e BPR são semelhantes



Logo : $\frac{8+x}{5k} = \frac{x}{3k}$ ⇒ 5x = 24 + 3x ⇒ 2x =24 ⇒ x = 12

OPÇÃO E

26) O triângulo AA'O é isóscele e A'D = AD. Quando duas cordas se cortam no interior de um circulo fora do centro, o produto dos segmentos de uma corda é igual ao produto dos segmentos da outra.



BD x CD = A'D x AD; ou seja; AD^2 = 4 x 2, logo; AD = $2\sqrt{2}$ cm

OPÇÃO B

27) AG = EG = a, aplicando o teorema de Pitágoras temos:

$a^2 + a^2 = 20^2$

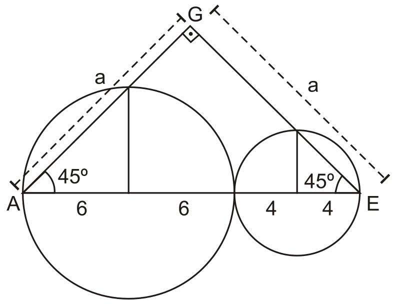
$2.a^2 = 400$

$a^2 = 200$

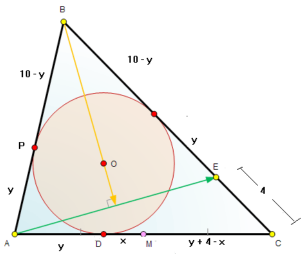
$a \approx 14{,}1$

Logo, P = 14,1 + 14,1 + 20 = 48,2

OPÇÃO C



28) Como M é médio de AC, TEMOS:

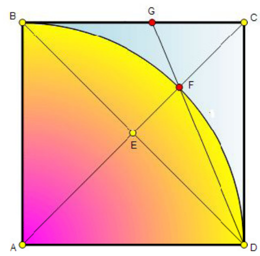


$x + y = y + 4 - x$, ou seja: $2x = 4$ daí $x = 2$ cm

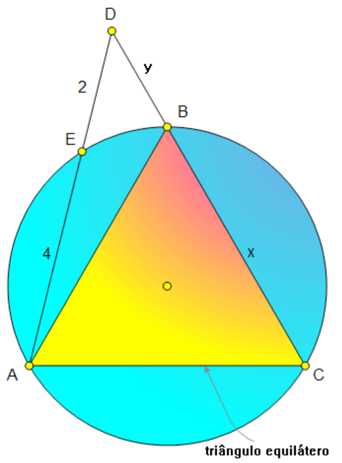
OPÇÃO A

29) Observe que os triângulos isósceles CFG e ADF são semelhantes.
Se EF = 1, então o lado do quadrado mede $2 + \sqrt{2}$, BG = $2 + \sqrt{2} - $ CG.
BG = $2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}$ LOGO, BG = 2 cm

OPÇÃO E



30) Vamos denominar BD de y.
DE x DA = DB × DC ou seja; $y\,(x + y) = 12$.



No ΔABD, usando a lei dos cossenos temos:
$36 = x^2 + y^2 + xy = x^2 + y\,(x + y) = x^2 + 12\;x^2 = 24\;x = 2\sqrt{6}$

OPÇÃO A